

Дискретная дифракция в массиве волноводов и оптические плоские зоны

А.И. Маймистов

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва

*E-mail: aimaimistov@gmail.com

DOI:10.31868/RFL2018.30-33

Давно привлекает внимание исследователей ситуация, когда электромагнитное излучение локализовано в волноводах, образующих одномерный или двумерный массив, и может проникать только ближайшим соседним волноводам за счет нарушения полного внутреннего отражения. Это напоминает систему электронов в кристалле, когда в условиях сильной связи электрон может перемещаться между ближайшими атомами решетки только за счет туннелирования.

Одномерная цепочка одинаковых волноводов была исследована в [1]. Было найдено, что если излучение интенсивностью I_0 вводится в центральный волновод, помеченный индексом 0, то для интенсивности излучения в волноводе с номером n на длине волновода L было найдено выражение $I_n(L) = I_0 J_n^2(2KL)$, где K – коэффициент связи соседних волноводов и $J_n(z)$ – функция Бесселя n -того порядка. Точно такое же выражение описывает поле при дифракции в режим Рамана-Ната (дифракция на тонкой решетке). Эта аналогия позволяет говорить об образовании распределения полей по волноводам цепочки как о дискретной дифракции.

В недавнее время появились работы, посвященные исследованию дискретной дифракции в более сложных цепочках волноводов [2-5]. Здесь будет рассматриваться бинарная (двухкомпонентная) цепочка волноводов, которая образована либо из волноводов с различными показателями преломления, либо из одинаковых волноводов, но с чередованием расстояния между соседними волноводами, либо из волноводов с положительным показателем преломления, но имеющих некоторое различие (показатель преломления или толщина волновода), как показано на Рис.1(а). Элементарная ячейка содержит два типа узлов – А и В.

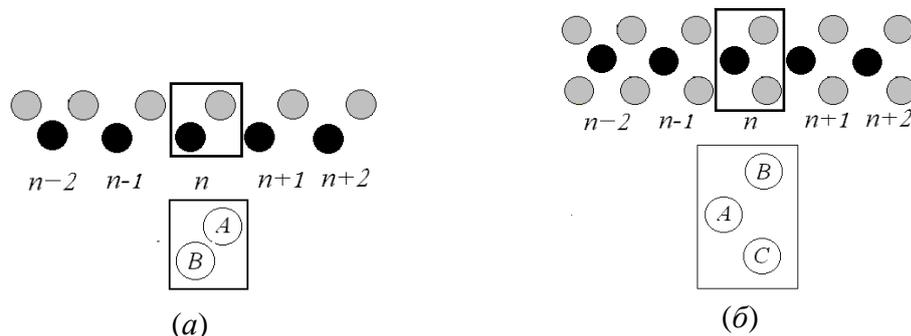


Рис. 1. Конфигурация бинарной цепочки (а) и ромбической цепочки. Прямоугольником указана элементарная ячейка.

В приближении медленно меняющихся амплитуд изменения напряженности электрических полей непрерывного электромагнитного излучения в волноводе каждого типа, определяются системой уравнений,

$$i\partial_z A_n = B_n + B_{n-1}, \quad i\partial_z B_n = A_n + A_{n+1}, \quad (1)$$

где A_n и B_n – нормированные амплитуды электрических полей в волноводе n -той элементарной ячейки, безразмерная координата ζ есть пройденное волной расстояние вдоль оси волновода, измеренное в единицах длины связи [1]. Решение уравнений (1) можно получить различными способами, например, используя метод производящих функций. Общее решение зависит от начальных условий $A_n(0)$ и $B_n(0)$, выбрав которые можно записать $A_n(\zeta)$ и $B_n(\zeta)$ для любого значения ζ . Наиболее простой вариант начальных условий таков: $A_n(0) = A_0\delta_{n0}$ и $B_n(0) = 0$. В этом случае распределение напряженностей полей по волноводам имеет вид

$$A_n(\zeta) = A_0(-1)^n J_{2n}(2\zeta), \quad B_n(\zeta) = -iA_0(-1)^n J_{2n+1}(2\zeta),$$

Это распределение напряженностей полей описывает дискретную дифракцию в бинарной цепочке волноводов. В предельном случае одинаковых волноводов эти выражения переходят в формулы, полученные в [1].

Если положить начальные условия такие, что излучение вводится в волноводы только одной (центральной, например) элементарной ячейки с номером $n = 0$, то есть $A_n(0) = A_0\delta_{n0}$ и $B_n(0) = B_0\delta_{n0}$, то решение уравнений (1) представляет распределения полей по волноводам, которые будут иметь следующий вид

$$A_n(\zeta) = A_0 J_0(2\zeta)\delta_{n0} + (-1)^n A_0 J_{2n}(2\zeta) + i(-1)^n B_0 J_{2n-1}(2\zeta),$$

$$B_n(\zeta) = B_0 J_0(2\zeta)\delta_{n0} + (-1)^n B_0 J_{2n}(2\zeta) + i(-1)^n A_0 J_{2n+1}(2\zeta),$$

где $n = \pm 1, \pm 2, \dots$. Третье слагаемое в этих выражениях описывает интерференцию полей в волноводах. Для более сложных случаев начальных условий, выражения для электрических полей в волноводах содержат слагаемые, учитывающие интерференцию полей из различных, не только соседних волноводов. Надо заметить, что если начальные условия выбраны в виде $A_n(0) = (-1)^n A_0$ и $B_n(0) = (-1)^n B_0$, то дифракция отсутствует. Причина в том, что поля, проникающие в каждый волновод из ближайших соседей, имеют противоположные фазы и их интерференция дает нулевой результат.

Если в цепочке, показанной на Рис. 1(a) дополнительно учесть взаимодействие между ближайшими однотипными волноводами, (то есть, следующими за ближайшими соседями), то получится модель зигзагообразного массива волноводов из [6,7]. Система уравнений, описывающая поля в такой системе волноводов, имеют вид

$$i\partial_\zeta A_n = B_n + B_{n-1} + \gamma(A_{n-1} + A_{n+1}), \quad i\partial_\zeta B_n = A_n + A_{n+1} + \gamma(B_{n-1} + B_{n+1}), \quad (2)$$

где γ есть отношение константы связи между следующими за ближайшими соседями и константы связи между ближайшими соседями в цепочке.

Решение этой системы уравнений может быть получено тем же методом производящих функций. Выбор конкретных начальных условий позволяет определить распределение амплитуд полей по волноводам $A_n(\zeta)$ и $B_n(\zeta)$ в глубине зигзагообразного массива волноводов.

Если рядом с зигзагообразной цепочкой расположить достаточно близко линейную цепочку волноводов, то получится ромбическая конфигурация

одномерного массива волноводов, показанного на Рис. 1(б). Система уравнений, описывающая поля в таком массиве волноводов имеют вид

$$i\partial_{\zeta}B_n = A_n + A_{n+1}, \quad i\partial_{\zeta}C_n = \gamma(A_n + A_{n+1}), \quad i\partial_{\zeta}A_n = B_n + B_{n-1} + \gamma(C_n + C_{n-1}), \quad (3)$$

В случае симметричной конфигурации отношение констант связи $\gamma = 1$.

Периодичность расположения волноводов в цепочке или в массиве приводит к формированию зонной структуры допустимых частот распространяющихся вдоль ζ волн. Интересным свойством рассматриваемой модели является то, что спектр распространяющихся волн имеет три ветви или три зоны. Две из них отвечают волнам, распространяющимся по волноводам и проникающим в соседние волноводы, что дает дискретную дифракцию в массиве волноводов. Третья ветвь спектра отвечает волнам бегущим вдоль оси волноводов, но не проникающим в соседние волноводы. Ветвь дисперсионного соотношения, отвечающая недифрагирующим волнам, имеет нулевую кривизну и потому соответствующая ей зона называется плоской зоной, по аналогии с подобными зонами квазичастиц в твердых телах [8,9].

Систему уравнений (3) можно решить точно [10]. Выражение для общего решения очень громоздкое. В частном случае, если положить начальные условия такие, что излучение вводится в волноводы только одной элементарной ячейки, но так $A_n(0) = 0$ и $B_n(0) = -C_n(0) = B_0\delta_{n0}$, из решения уравнений (3) следующий, что $A_n(\zeta) = 0$ и $B_n(\zeta) = -C_n(\zeta) = B_0\delta_{n0}$. То есть, для такого выбора начальных условий дифракция отсутствует. Однако, если в один из волноводов типа А вводится излучение, то есть если начальными условиями будут $A_n(0) = A_0\delta_{0n}$ и $B_n(0) = -C_n(0) = B_0\delta_{n0}$, то результирующее распределение полей будет следующим

$$A_n(\zeta) = (-1)^n A_0 J_{2n}(\sqrt{2}\zeta), \\ B_n(\zeta) = B_0\delta_{n0} - (-1)^n 2^{1/2} i A_0 J_{2n+1}(\sqrt{2}\zeta), \quad C_n(\zeta) = -B_0\delta_{n0} - (-1)^n 2^{1/2} i A_0 J_{2n+1}(\sqrt{2}\zeta).$$

Так что дискретная дифракция имеет место. Любое отклонение от начального условия, отвечающего возбуждению мод плоской зоны, влечет расплывание первоначально локализованного возбуждения.

Иногда нелинейные свойства среды, в которой распространяются электромагнитные волны, приводят к локализации волны. Дисперсия или дифракция оказываются подавленными и формируются уединенные волны. Потому имеет смысл рассмотреть обобщения рассмотренных моделей. Учет нелинейных свойств волноводов ромбической решетки выполнен в предположении, что нелинейность кубическая. Система уравнений, обобщающая (3), имеет следующий вид

$$i\partial_{\zeta}B_n = A_n + A_{n+1} + \mu |B_n|^2 B_n, \quad i\partial_{\zeta}C_n = \gamma(A_n + A_{n+1}) + \mu |C_n|^2 C_n, \\ i\partial_{\zeta}A_n = B_n + B_{n-1} + \gamma(C_n + C_{n-1}) + \mu |A_n|^2 A_n, \quad (4)$$

Здесь характеризующий нелинейность параметр μ выбран одним и тем же для всех волноводов. Далее рассматривается случай симметричной решетки, когда $\gamma = 1$.

Из системы уравнений (4) следует выражение, которое связывает плотности «энергии» $W_n = |A_n|^2 + |B_n|^2 + |C_n|^2$ и «ток»

$f_n = iA_n(B_{n-1}^* + C_{n-1}^*) - iA_n^*(B_{n-1} + C_{n-1})$ и которое имеет вид уравнения непрерывности: $\partial_\zeta W_n + (f_{n+1} - f_n) = 0$. В двух случаях

$$(a) A_n = 0 \text{ и } B_n = -C_n; \quad (б) A_n = (-1)^n A, \quad B_n = (-1)^n B \text{ и } C_n = (-1)^n C,$$

ток равен нулю, что означает отсутствие дифракции в ромбической решетке нелинейных волноводов.

Можно показать, что существует решение системы уравнений (4), которое удовлетворяет первому условию. Это решение дает следующее распределение амплитуд полей

$$A_n(\zeta) = 0, \quad B_n(\zeta) = -C_n(\zeta) = b_0 \exp(-i\mu b_0^2 \zeta). \quad (5)$$

Решение, отвечающее второму условию (то есть, условию (б)) имеет вид распределения полей

$$A_n(\zeta) = (-1)^n a_0 \exp(-i\mu a_0^2 \zeta), \quad B_n(\zeta) = (-1)^n b_0 \exp(-i\mu a_0^2 \zeta), \\ C_n(\zeta) = (-1)^n c_0 \exp(-i\mu a_0^2 \zeta).$$

В этих выражениях вещественные параметры b_0 и c_0 связаны соотношением $b_0^2 = c_0^2$, а параметр a_0 произвольный.

Распределение (5) неустойчиво относительно малых возмущений амплитуд в волноводах, до тех пор, пока величина μb_0^2 не превысит определенное пороговое значение. После этого малые возмущения не затухают, но и не растут экспоненциально [11]. Напротив, распределение, отвечающее случаю (б) устойчиво до тех пор, пока величина μa_0^2 не достигнет порогового значения, после чего развивается модуляционная неустойчивость. Таким образом, моды плоской зоны неустойчивы. В нелинейном случае превышение некоторой пороговой интенсивности вводимого в ромбическую решетку волноводов излучения может стабилизировать распределение полей по волноводам. Пока не ясно, возможно ли образование «дискретный солитон» в этом случае.

Мне доставляет удовольствие поблагодарить А.С. Десятникова, В.А. Патрикеева и Е.И. Ляшко за полезные дискуссии и помощь в работе. Работа поддерживалась РФФИ (грант №. 18-02-00278).

Литература

- [1] S. Somekh et al., *Appl. Phys. Letts.* **22**, 46-47 (1973).
- [2] S. Flach et al., *Europhys. Lett.* **105**, 30001 (2014).
- [3] S. Mukherjee et al., *Opt. Lett.* **40**, 5443-5446 (2015).
- [4] M. Nita et al., *Phys.Rev. B.* **87**, 125428 (2013).
- [5] L. Morales-Inostroza and R. A. Vicencio, *Phys. Rev. A.* **94**, 043831 (2016).
- [6] N.K. Efremidis and D. N. Christodoulides, *Phys. Rev. B.* **65**, 056607 (2002).
- [7] Е.В. Казанцева, А.И. Маймистов, *Квантовая электрон.* **43**, 807-813 (2013).
- [8] V. Arāja, M. Hyrkäs and M. Manninen, *Phys.Rev. B.* **82**, 041402(R) (2010).
- [9] C. Weeks and M. Franz, *Phys. Rev E.* **82**, 085310 (2010).
- [10] A.I. Maimistov and V.A. Patrikeev, *J.Phys. Conf.Series* **737**, 012008 (2016).
- [11] A.I. Maimistov, *J. Opt.* **19**, 045502 (2017).